

ANALISIS KEMAMPUAN SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL KALKULUS INTEGRAL DAN STRATEGI PEMECAHANNYA

Kairuddin¹, Alya Andani Rahman Br Tarigan², Atiqah Shabirah Munthe³, Ega Emeysadella Br Sembiring⁴, Najwa Dwi Heryanti⁵, Suci Ramadhani Damanik⁶
kairuddin@unimed.ac.id¹, zulhafniandani260@gmail.com², atiqahshabirah02@gmail.com³,
egasembiring645@gmail.com⁴, najwaheryanti@gmail.com⁵,
suciramadhanidamanik18@gmail.com⁶

Universitas Negeri Medan

ABSTRAK

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menguji kemampuan dan metode siswa dalam menyelesaikan soal-soal menggunakan kalkulus integral, dengan penekanan khusus pada integral tak tentu, integral tentu, substitusi, integral per bagian, dan integral yang berhubungan dengan fisika. Tiga puluh siswa kelas dua belas di SMA Negeri 2 Binjai berpartisipasi dalam penelitian ini, yang menggunakan metodologi deskriptif kualitatif. Lima jenis tugas yang berbeda diberikan kepada para siswa dalam kelompok-kelompok kecil, dan kinerja mereka dievaluasi berdasarkan seberapa cepat dan akurat mereka menyelesaikannya. Kecepatan dan ketepatan hasil yang dicapai oleh kelompok-kelompok seperti Kelompok A, yang menunjukkan kepemimpinan diskusi yang baik dan prosedur pemecahan masalah yang metodis, lebih baik daripada kelompok-kelompok lainnya. Sebaliknya, kelompok yang memiliki masalah integrasi yang lebih kompleks menunjukkan kompetensi metakognitif dan pemahaman konseptual yang lebih rendah. Studi ini menekankan pentingnya penggunaan alat bantu visual seperti GeoGebra dan taktik kolaboratif untuk membantu siswa memahami topik-topik utama dengan lebih baik.

Kata Kunci: Kalkulus Integral, Strategi Penyelesaian, Pemahaman Konsep, Diskusi Kelompok, Geogebra.

ABSTRACT

The purpose of this research is to examine students' skills and methods for solving issues using integral calculus, with a particular emphasis on indeterminate, definite, substitution, integration by parts, and physics-related integrals. Thirty students in the twelfth grade at SMA Negeri 2 Binjai participated in the study, which employed a qualitative descriptive methodology. Five different kinds of tasks were given to the students in small groups, and their performance was evaluated by how quickly and accurately they solved them. Both the speed and accuracy of the outcomes were improved by groups like Group A, which exhibited good discussion leadership and methodical problem-solving procedures. Groups who had more complex integration issues, on the other hand, showed less metacognitive competence and conceptual comprehension. This study emphasizes the significance of using visual tools like GeoGebra and collaborative tactics to help students better grasp key topics.

Keywords: Integral Calculus, Problem-Solving Strategy, Conceptual Understanding, Group Discussion, Geogebra.

PENDAHULUAN

Di antara banyak subbidang matematika, kalkulus integral sangat penting bagi kemajuan pengetahuan teknologi. Selain signifikansi teoretisnya, integral dalam kalkulus memiliki aplikasi praktis yang signifikan di banyak bidang, termasuk ilmu komputer, ekonom, statistik, biologi, teknik sipil, teknologi listrik, dan fisika. Kerja, energi, dan fluks medan listrik atau magnet semuanya dihitung menggunakan integral dalam ilmu fisika. Integral adalah alat yang berguna untuk ekonomi, yang memungkinkan seseorang untuk menentukan pengeluaran agregat, pendapatan, dan konsumen selama jangka waktu

tertentu. Pembuatan sinyal, grafik komputer, dan pembuatan algoritma untuk pembelajaran mesin adalah beberapa bidang di mana integral sangat penting dalam ilmu komputer. Relevansi pemahaman integral dalam bidang akademis dan profesional ditunjukkan oleh kehadirannya dalam domain yang beragam ini.

Terkait pendidikan matematika, siswa di sekolah menengah dan tinggi, khususnya mereka yang terdaftar dalam program STEM (sains, teknologi, teknik, dan matematika), mempelajari kalkulus integral sebagai bagian dari kurikulum matematika mereka. Karena kesamaan konseptual antara kedua proses tersebut, siswa sering kali mempelajari integral setelah mereka memahami turunan dengan baik. Konten ini mencakup topik-topik seperti aplikasi integral di dunia nyata, metode integrasi, integral tak tentu dan integral tentu, dan banyak lagi. Meskipun integral diajarkan dengan ketat, banyak siswa sekolah menengah dan universitas masih kesulitan memahami konsep dan memecahkan masalah dengan menggunakannya. Ini bukan hanya masalah di sekolah menengah; ini umum bahkan di antara mahasiswa yang mengejar gelar dalam ilmu eksakta. Masalah-masalah ini mencakup berbagai macam masalah, menurut Handayani dan Noviana (2024), mulai dari kurangnya pemahaman ide-ide mendasar hingga masalah dalam memilih pendekatan solusi yang tepat hingga kesalahan yang dibuat selama prosedur perhitungan matematika. Masalah ini menunjukkan bahwa mengetahui integral dengan baik memerlukan kemampuan berpikir analitis dan pemahaman konseptual yang solid selain menghafal rumus.

Integral tentu merupakan salah satu jenis integral yang sering kali menjadi kendala siswa. Integral tentu, berbeda dengan integral tak tentu, memuat batas bawah dan atas yang memberikan nilai numerik, bukan fungsi dasar dan konstanta integrasi. Dalam kehidupan nyata, integral tentu memainkan peran penting dalam mengukur nilai aku mulasi seperti luas daerah yang dibatasi kurva, volume benda yang berputar, panjang kurva, dan fenomena fisik lainnya yang memerlukan penjumlahan perubahan pada suatu interval. Akibatnya, mengetahui cara menghitung integral tentu sangat penting, baik untuk tugas sekolah maupun untuk mengatasi masalah praktis dalam kehidupan pribadi dan profesional seseorang. Di sisi lain, ketika harus mempelajari cara menerapkan limit integral di lingkungan kelas, siswa sering kali menjadi bingung tentang pendekatan mana yang harus digunakan (solusi substitusi, parsial, atau numerik) dan cara menempatkan hasil perhitungan integral ke dalam perspektif. Menurut Handayani dan Noviana (2024), sebagian besar siswa masih mengandalkan ingatan dan proses mekanis untuk belajar. Akibatnya, mereka kesulitan untuk menyesuaikan keterampilan pemecahan masalah mereka dengan bentuk atau keadaan baru. Siswa mengalami kesulitan memahami temuan tersebut karena mereka tidak memahami signifikansi geometris dan utilitas dari integral.

Kesalahan dalam proses komputasi, selain masalah konseptual, merupakan penyebab umum kesulitan dalam memecahkan masalah integral. Ada beberapa titik masuk potensial untuk kesalahan ini, dimulai dengan kesalahan dalam operasi aljabar paling mendasar dan berlanjut hingga kesalahan dalam penentuan fungsi primitif, substitusi limit, dan penerapan aturan integral. Kurangnya kemampuan metakognitif, atau kapasitas untuk mengendalikan, mengamati, dan menilai proses berpikir sendiri dalam konteks pemecahan masalah, merupakan faktor umum yang berkontribusi terhadap kesalahan ini. Siswa yang kurang memiliki kemampuan metakognitif cenderung tidak mendekati masalah secara sistematis, cenderung tidak memverifikasi hasil mereka, dan cenderung tidak memahami dan memperbaiki kesalahan mereka sendiri. Dalam penelitian mereka, Nasution,

Emjasmin, dan Rusliah (2021) menyoroti pentingnya kemampuan metakognitif dalam perolehan matematika, khususnya dalam mata pelajaran yang lebih maju seperti kalkulus. Ketika siswa tidak tahu bagaimana mereka berpikir, mereka akan terjebak dalam kerangka berpikir yang kaku yang membuat mereka sulit menyesuaikan diri dengan pertanyaan baru atau situasi berbeda yang melibatkan masalah.

Karena sifat pembelajaran integral yang rumit, beberapa pendekatan kreatif untuk pendidikan telah muncul untuk membantu siswa memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang prinsip-prinsip integral. Menerapkan teknologi pembelajaran berbasis visual, seperti perangkat lunak Geogebra, telah menjadi metode yang efektif. Anda dapat melihat ide-ide matematika secara langsung dan berinteraksi dengannya secara interaktif dengan Geogebra, sebuah program matematika yang dinamis. Siswa dapat melihat dampak langsung dari modifikasi fungsi dan limit integral pada luas atau volume yang dihitung dengan penggunaan Geogebra. Siswa memiliki pemahaman yang lebih baik tentang ide-ide yang sebelumnya abstrak dengan bantuan alat bantu visual ini. Lebih jauh lagi, fitur-fitur interaktif Geogebra mendorong keterlibatan siswa dalam pendidikan mereka sendiri, yang meningkatkan dorongan intrinsik untuk belajar dan memahami konsep-konsep kursus. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Fahrunnisa, Dewi, dan Irwan (2024), pemahaman siswa terhadap ide-ide integral jauh lebih ditingkatkan ketika Geogebra digunakan dibandingkan dengan metode pengajaran yang lebih tradisional. Keterampilan untuk dunia modern, termasuk kemampuan untuk berpikir kritis, memecahkan masalah, dan menggunakan teknologi secara efektif, dapat dikembangkan melalui pendekatan berbasis teknologi ini.

Meskipun telah dikembangkan dan diterapkan beberapa metodologi pembelajaran, pemahaman siswa terhadap integral masih menjadi kesulitan yang memerlukan perhatian khusus. Untuk lebih memahami pemahaman konseptual siswa terhadap integral, teknik pemecahan masalah, dan variabel yang memengaruhi kesulitan mereka, diperlukan studi yang lebih komprehensif. Dengan mengingat hal tersebut, tujuan penelitian ini adalah untuk menguji metode dan keterampilan siswa saat mereka mengatasi masalah menggunakan kalkulus integral, dengan fokus pada integral tertentu. Selain itu, penelitian ini akan membahas lebih jauh aspek kognitif, emosional, dan metakognitif yang berkontribusi pada banyak tantangan yang terkait dengan pemahaman integral. Penelitian ini juga akan melihat teknik pembelajaran yang dapat membantu siswa mengatasi tantangan ini, seperti pendidikan berbasis masalah, pendekatan kontekstual, dan teknologi. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk lebih memahami perjuangan dan strategi siswa dalam hal integral. Dengan demikian, kita dapat menciptakan metode pembelajaran yang lebih efektif, inovatif, dan kontekstual. Hal ini pada akhirnya akan mengarah pada peningkatan berkelanjutan dalam pemahaman siswa terhadap konsep tersebut.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan teknik deskriptif kualitatif untuk menganalisis keterampilan dan taktik peserta dalam memecahkan masalah kelompok termasuk kalkulus integral. Pada tanggal 15 Maret 2025, tiga puluh lima siswa kelas XII di SMA Negeri 2 Binjai berpartisipasi dalam penelitian ini. Lima masalah kalkulus integral yang berbeda digunakan, termasuk integral tak tentu dan tentu, integral substitusi, integral parsial, dan aplikasi praktis integral. Sebagai peneliti, kami siap untuk menjawab masing-masing masalah ini secara individual.

Para siswa kemudian dibagi menjadi lima kelompok berdasarkan penjelasan pertanyaan. Setiap kelompok memiliki kesempatan untuk membicarakan masalah dan mencari cara untuk menyelesaikannya menggunakan strategi yang telah mereka pelajari. Satu siswa dari setiap kelompok ditunjuk sebagai pemimpin kelompok; orang ini memfasilitasi diskusi kelompok dan memberikan bantuan kepada siswa yang kesulitan memahami materi. Semua kelompok berlomba untuk melihat siapa yang dapat menyelesaikan pertanyaan paling cepat dan dengan jawaban paling akurat; kelompok yang menang akan dinyatakan memiliki pemahaman paling baik tentang subjek tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada tanggal 15 Maret 2025, tiga puluh lima siswa dari kelas XII, dibagi menjadi lima kelompok (AE), berpartisipasi dalam penelitian di SMA Negeri 2 Binjai. Sejumlah siswa bekerja dalam kelompok, dengan siswa yang paling mahir bertugas sebagai pemimpin kelompok dalam mata pelajaran kalkulus integral. Lima pertanyaan yang mencakup integral tak tentu dan tentu, integral substitusi, integral parsial, dan aplikasi praktis integral membentuk instrumen penelitian dalam kalkulus integral. Peneliti menyiapkan pertanyaan terlebih dahulu dan memberikannya kepada peserta secara bertahap. Selain itu, siswa bekerja dalam kelompok untuk meninjau dan menerapkan strategi yang telah mereka pelajari. Baik ketepatan respons maupun efisiensi penyelesaiannya membentuk dasar evaluasi.

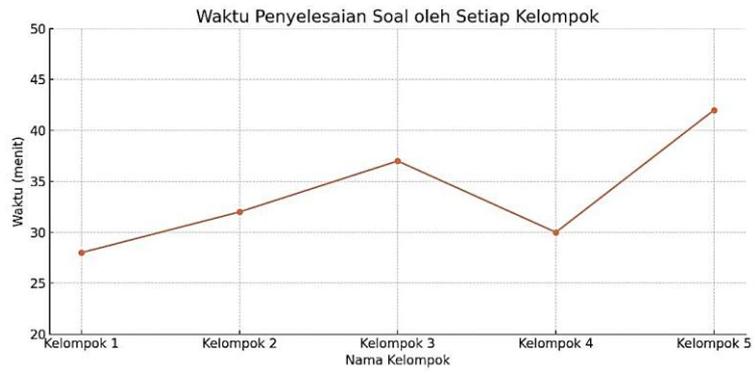
Berikut ini adalah rekapitulasi hasil dari setiap kelompok:

Tabel 1.
Rekapitulasi Hasil Penyelesaian Soal Setiap Kelompok .

TIDA K	Jenis Pertanyaan	Tipe Integral
1	Persamaan $(3x^2 + 2x)$	Tak terbatas
2	Tentukan persamaan $\int_0^2 (4x + 1) dx$	Tentu saja (pasti)
3	$\int x e^x dx$	Parsial (integrasi per bagian)
4	$\int 2x/(x^2 + 1) dx$	Substitusi ($u = x^2 + 1$)
5	Suatu benda bergerak dengan gaya $F(x)=5x^2$. Hitunglah usaha $W=\int_1^3 F(x) dx$	Aplikasi Fisika (pasti)



Gambar 1. Grafik Jumlah Soal yang Benar pada Setiap Kelompok



Gambar 2. Grafik Waktu Penyelesaian Soal Setiap Kelompok



Gambar 3. Diskusi Kelompok A



Gambar 4. Diskusi Kelompok B



Gambar 5. Diskusi Kelompok C



Gambar 6. Diskusi Kelompok D



Gambar 7. Diskusi Kelompok E

Tabel Pertanyaan disusun untuk mencakup lima kategori utama integral yang biasanya dihadapi oleh mahasiswa kalkulus: integral perpetual, integral pasti, integral substitusi, integral parsial, dan aplikasi integral di dunia nyata (misalnya, dalam fisika). Selain menguji keterampilan teknis mahasiswa dalam mengimplementasikan proses integrasi, pertanyaan-pertanyaan ini juga mendorong mereka untuk menggunakan metodologi solusi khusus masalah. Dalam suasana kelompok, tujuan dari tingkatan pertanyaan ini adalah untuk benar-benar dan secara menyeluruh menentukan di mana kesulitan mahasiswa.

Gambar 1 menunjukkan Grafik Jumlah Pertanyaan yang Benar. Kelompok A tampil paling baik, menjawab setiap pertanyaan dengan benar. Hal ini menunjukkan bahwa setiap orang dalam kelompok memiliki pemahaman yang kuat terhadap materi dan dapat bekerja sama dengan baik untuk memahami dan menjawab segala jenis pertanyaan. Sebaliknya, Kelompok C dan E kesulitan dengan masalah yang melibatkan metode parsial dan

substitusi, yang sering dianggap sebagai aspek yang paling menantang dari konten integral di seluruh studi karena kemampuan aljabar yang tinggi dan pemahaman menyeluruh terhadap struktur fungsi yang dibutuhkan.

Kelompok A juga membutuhkan waktu paling sedikit untuk berdebat dan memutuskan rencana solusi, hanya membutuhkan waktu 28 menit menurut Grafik Waktu Penyelesaian (Gambar 2). Di sisi lain, waktu Kelompok E selama 42 menit menunjukkan bahwa mereka tidak begitu baik dalam berkomunikasi dan membagi tugas. Percakapan kelompok yang lebih terstruktur dengan baik akan menghasilkan hasil yang lebih cepat dan lebih akurat, oleh karena itu perbedaan waktu ini merupakan ukuran tidak langsung dari kualitas diskusi kelompok.

Keterampilan metakognitif siswa, seperti kesadaran diri dan pengaturan diri, sangat penting untuk memecahkan masalah matematika, seperti yang ditunjukkan oleh kejadian ini. Pemecahan masalah yang lebih cepat dan lebih akurat sering kali merupakan hasil dari kemampuan siswa untuk melacak kemajuan mereka dan mengubah pendekatan mereka saat tantangan muncul.

Belum lagi betapa pentingnya posisi pemimpin kelompok. Kelompok yang paling efektif memiliki pemimpin yang tidak hanya memiliki pikiran-pikiran cemerlang di dalam ruangan, tetapi juga yang dapat membuat semua orang memiliki pemahaman yang sama, membagi tanggung jawab secara merata, dan membuat semua orang tetap terlibat. Hal itu sesuai dengan apa yang kita ketahui dari penelitian yang menunjukkan bahwa diskusi kelompok lebih produktif ketika pemimpin mengambil pendekatan yang memfasilitasi daripada yang mendominasi (Ramawati et al., 2024) dan mendorong partisipasi dari semua anggota.

Pertanyaan keenam menanyakan tentang penggunaan integral dalam fisika, dan beberapa kelompok kesulitan memahami gagasan integral sebagai penjumlahan perubahan nilai, seperti gagasan tentang tenaga kerja. Teknologi seperti GeoGebra memainkan peran penting dalam konteks ini. Siswa dapat mengamati limit integral dalam tindakan, menggambarkan luas di bawah kurva secara dinamis, dan mempelajari cara menerapkan integral untuk menghitung konsep fisika seperti luas, volume, dan usaha dalam GeoGebra. Beberapa penelitian telah menunjukkan bahwa siswa dapat memperoleh kesadaran intuitif dan konkret yang lebih baik tentang konsep integral melalui penggunaan GeoGebra. Salah satu penelitian tersebut adalah Fahrunnisa, Dewi, & Irwan (2024), yang menemukan bahwa pelajar yang menggunakan GeoGebra memiliki kepercayaan diri dan pemahaman yang jauh lebih baik dalam hal memecahkan masalah integral.

Hasil belajar siswa dapat ditingkatkan secara signifikan melalui pemahaman yang kuat tentang ide-ide integral, kerja kelompok yang produktif, dan penggunaan teknologi visualisasi, sebagaimana dikonfirmasi oleh analisis data numerik dan kualitatif dalam penelitian ini. Oleh karena itu, sangat disarankan agar sekolah secara permanen memasukkan taktik pembelajaran berbasis diskusi kelompok, alat pemecahan masalah bertingkat, dan teknologi interaktif seperti GeoGebra ke dalam pendidikan matematika.

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa pemahaman konseptual, teknik penyelesaian, dan kemampuan metakognitif siswa secara substansial memengaruhi kapasitas mereka untuk menyelesaikan masalah kalkulus integral. Masalah dapat diselesaikan dengan lebih efektif dan efisien oleh kelompok yang memiliki kerangka diskusi yang efektif dan pemimpin

yang proaktif. Pemahaman yang lebih baik tentang ide-ide dasar dan metode untuk menyelesaikan masalah integrasi yang kompleks, seperti parsial dan substitusi, jelas diperlukan, karena masalah-masalah tersebut menghadirkan tantangan terbesar. Untuk membantu siswa memahami konsep dengan lebih baik dan menjadi lebih terlibat dalam pembelajaran mereka sendiri, alat bantu visual seperti GeoGebra dapat menjadi alat yang ampuh. Akibatnya, mempelajari kalkulus integral paling baik dicapai melalui metode kolaboratif, berbasis teknologi, dan kontekstual.

DAFTAR PUSTAKA

- Dewi, K., & Hakim, DL (2021). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa SMA pada Materi Integral. *Jurnal Karya Pendidikan Matematika*, 10(1), 68–78.
- Fahrnunisa, T., Dewi, R., & Irwan. (2024). Penggunaan Software Geogebra untuk Memahami Materi Integral pada Siswa Kelas XII SMA Swasta Harapan Paya Bakung. *Jurnal Serunai Matematika*, 16(1), 68–72.
- Handayani, I., & Noviana, W. (2024). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Integral Tentu Berdasarkan Teori APOS. *Absis: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 65–73.
- Monariska, E. (2019). Analisis Membantu Siswa Mempelajari Materi Integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 31–43.
- Nasution, EYP, Emjasmin, A., & Rusliah, N. (2021). Analisis Metakognisi Siswa dalam Menyelesaikan Soal Integral. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Al-Qalasadi*, 5(2), 141–150.
- Ramawati, R., Aprillia, S., Puspita, D., Anggraini, S., & Desniarti, D. (2024). Analisis Pemahaman Matematis Konsep Integral Siswa Kelas XII MIPA 7 SMAN 13 Medan. *ELIPS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 1088.
- Zetriuslita, Z., Ariawan, R., & Nufus, H. (2016). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal-soal Esai Kalkulus Integral Berdasarkan Tingkat Kemampuan Siswa. *Jurnal Infinity*, 5(1), 56–66.
- Fahrnunisa, T., Dewi, R., & Irwan. (2024). Penggunaan Software Geogebra untuk Memahami Materi Integral pada Siswa Kelas XII SMA Swasta Harapan Paya Bakung. *Jurnal Serunai Matematika*, 16(1), 68–72.